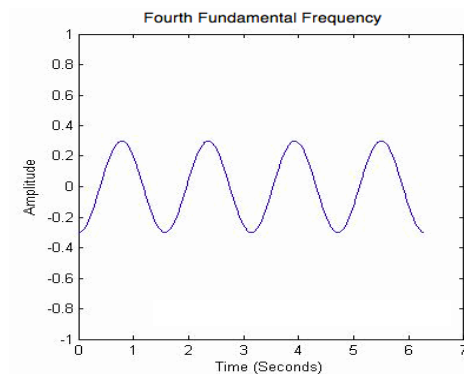
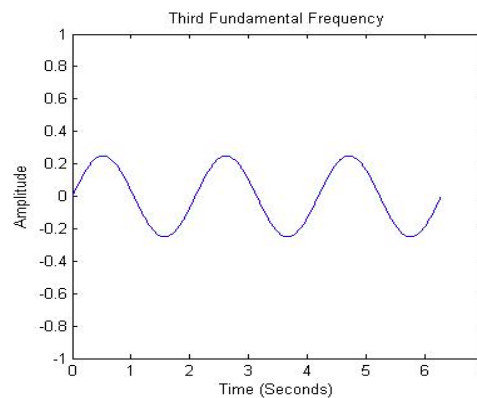
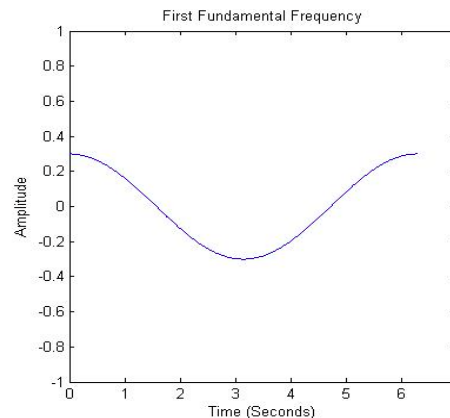
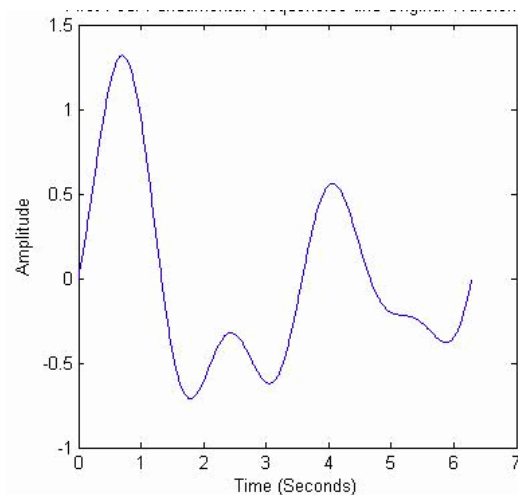


5 RÉPONSE FRÉQUENCIAELLE

Calculer la réponse d'un circuit
linéaire et invariant à un signal

Une fonction d'entrée générique est une superposition de sinusoïdes

Fonction générique
periodique (forme
d'onde) d'entrée:



Décomposition
en sinusoïdes

Réponse permanente d'un circuit à une fonction générique

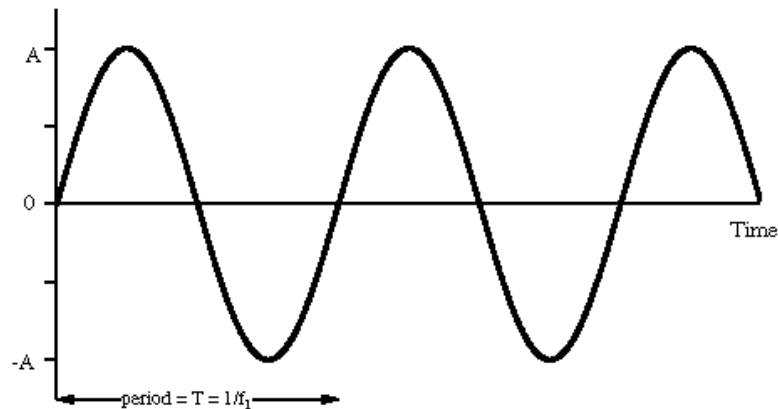
- La fonction générique (forme d'onde) est une superposition de plusieurs sinusoïdes
- La réponse permanente à une forme d'onde est la somme des réponses aux différentes sinusoïdes
- Comment déterminer la réponse permanente à une sinusoïde:
 - En faisant une analyse temporelle ou
 - En faisant une analyse en fréquence dans le plan complexe

Expression de la réponse à une entrée
forme d'onde sinusoïdale à partir de
l'équation différentielle qui relie l'entrée
et la sortie

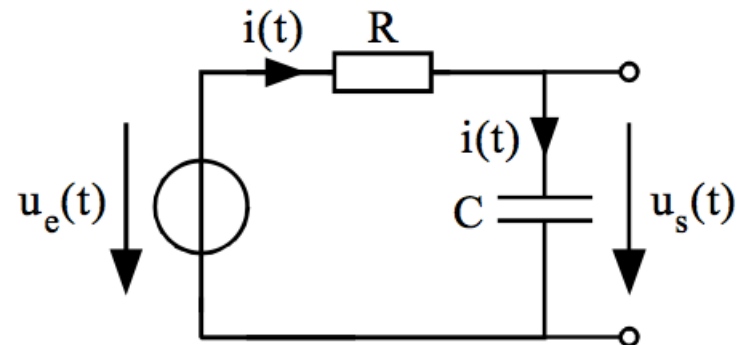
Réponse à une entrée sinusoïdale

Signal d'entrée

$$u_e(t) = \hat{U}_e \cdot \sin(\omega t + \phi_e)$$



Circuit



Réponse à une entrée sinusoïdale

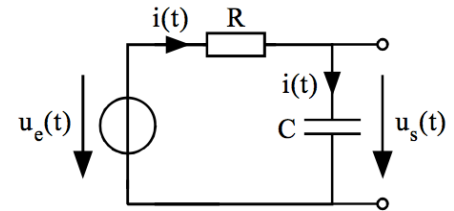
- Entrée sinusoïdale:

$$u_e(t) = \hat{U}_e \cdot \sin(\omega t + \phi_e)$$

- On peut déterminer l'expression de la sortie en partant de l'équation différentielle:

$$RC \frac{du_s(t)}{dt} + u_s(t) = u_e(t)$$

Qui décrit toujours ce circuit RC:



- Par la résolution de l'équation différentielle, on obtient:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_s(t) = \hat{U}_s \cdot \sin(\omega t + \phi_s) \\ \text{avec} \\ \hat{U}_s = \frac{\hat{U}_e}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \end{array} \right.$$

$$\phi_s = \phi_e - \text{Arctg}(\omega RC)$$

Réponse à une entrée sinusoïdale

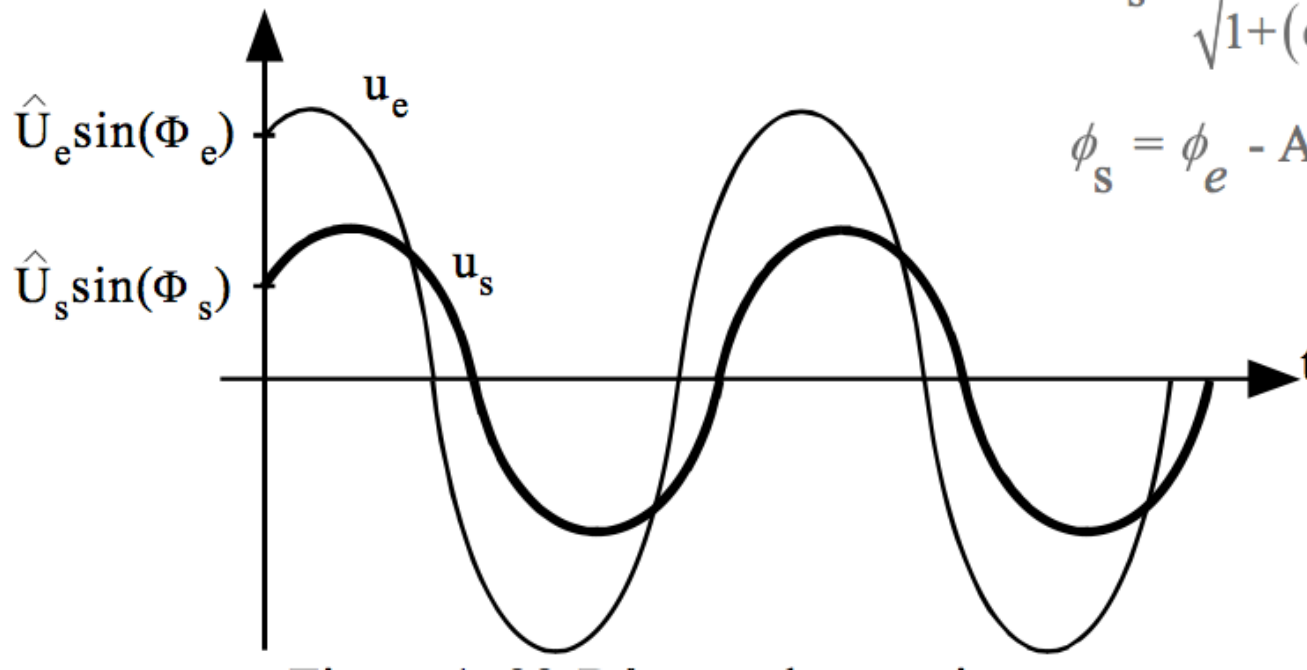
$$u_e(t) = \hat{U}_e \cdot \sin(\omega t + \phi_e)$$

$$u_s(t) = \hat{U}_s \cdot \sin(\omega t + \phi_s)$$

- Toujours la même fréquence,
- amplitude et phase peuvent se retrouver modifiés

$$\hat{U}_s = \frac{\hat{U}_e}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

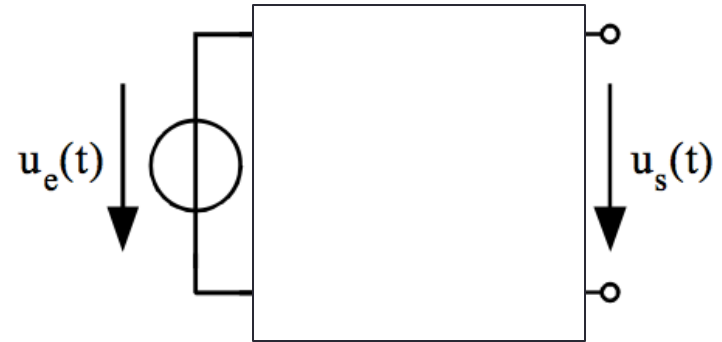
$$\phi_s = \phi_e - \text{Arctg}(\omega RC)$$



Expression de la réponse à une entrée sinusoïdale à travers l'analyse fréquentielle du circuit et la fonction de transfert.

Circuit avec entrée et sortie sinusoïdales.

Entrée et sortie sont reliés par une équation sinusoïdale



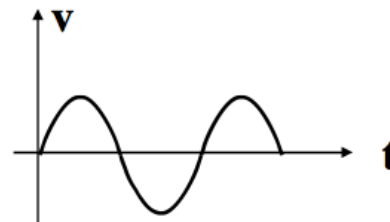
Entrée et sortie sinusoïdales peuvent être transformés en variables complexes, $\underline{U}_1$ et $\underline{U}_2$.
Entrée et sortie complexes sont reliées par une fonction de transfert complexe: $\underline{H}(j\omega) = \underline{U}_2/\underline{U}_1$



Comment passer au plan complexe

Etant donné un signal sinusoïdal de fréquence $f = \omega/2\pi$, d'amplitude V_0 et de phase ϕ_0 :

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$



On définit ce même signal dans le plan complexe, en utilisant sous sa forme polaire:

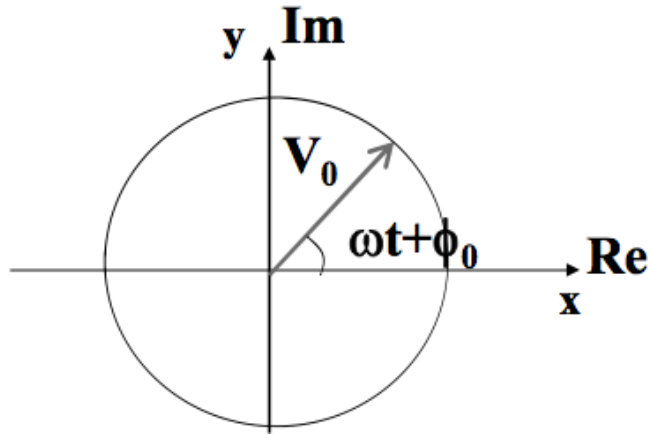
$$\underline{V} = V_0 e^{j\phi_0} e^{j\omega t}$$

ou sous forme Cartésien: $\underline{V} = V_0 [\cos(\omega t + \phi_0) + j \sin(\omega t + \phi_0)]$

L'équivalence entre ces deux formes dérive de l'identité d'Euler

$$e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi \in \mathbb{C} \quad (\phi \in \mathbb{R}) \quad |e^{j\phi}| = \sqrt{\cos^2 \phi + \sin^2 \phi} = 1$$

Forme d'un signal sinusoïdal dans le plan complexe



Forme complexe et ses composants

$$\underline{V} = V_0 [\cos(\omega t + \phi_0) + j \sin(\omega t + \phi_0)]$$

$$\underline{V} = V_0 e^{j\phi_0} e^{j\omega t}$$

$$\tan(\arg \underline{V}) = \text{Im}(\underline{V}) / \text{Re}(\underline{V})$$

$$\text{Re}\{\underline{V}\} = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\text{Im}\{\underline{V}\} = V_0 \sin(\omega t + \phi_0)$$

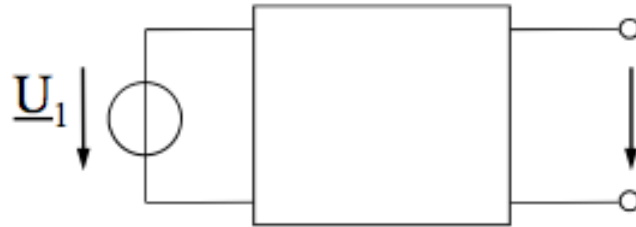
Le signal que l'on observe dans le circuit correspond à la partie réelle:

$$v(t) = \text{Re}\{V_0 e^{j(\omega t + \phi_0)}\} = V_0 \text{Re}\{e^{j(\omega t + \phi_0)}\} = V_0 \cos(\omega t + \phi_0)$$

Fonction de transfert en tension $H(j\omega)$

Fonction d'entrée

$$\underline{U}_1 = U_1 \times e^{j(\omega t + f_1)}$$



$$\underline{U}_2 = U_2(\omega) \times e^{j(\omega t + f_2(\omega))}$$

Attention!! L'Amplitude et la phase de la sortie dépendent de ω

Fonction de transfert en tension:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_2(\omega)}{U_1} \times e^{j(f_2(\omega) - f_1)}$$

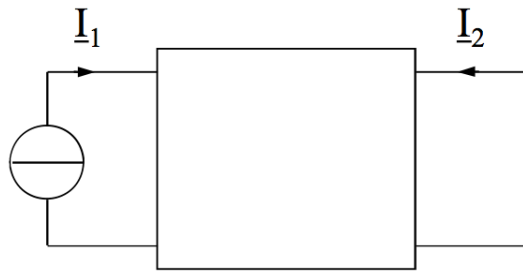
Amplitude

Phase

$$\frac{U_2(\omega)}{U_1} = |\underline{H}(j\omega)|$$

$$f_2(\omega) - f_1 = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$$

Fonction de transfert en courant



Fonction de transfert en courant:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{I_2(\omega)}{I_1} e^{j(f_2(\omega) - f_1)}$$

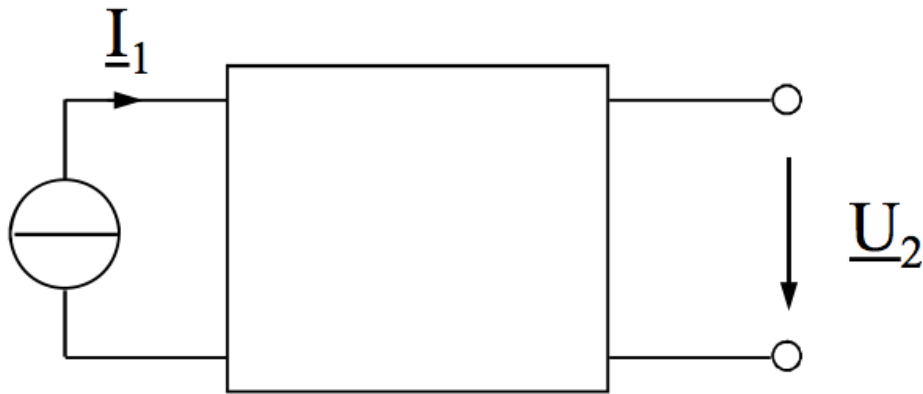
Amplitude

$$\frac{I_2(\omega)}{I_1} = |H(j\omega)|$$

Phase

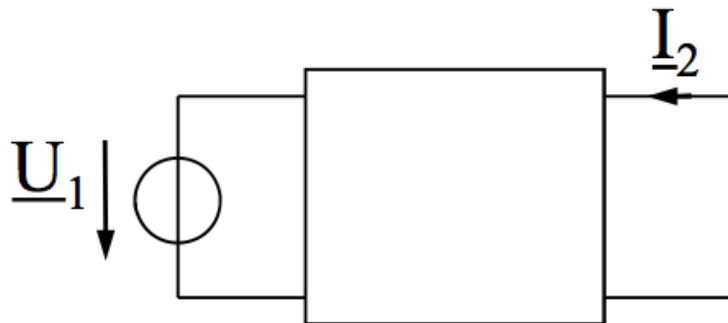
$$f_2(\omega) - f_1 = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$$

Transimpédance



$$\underline{Z}_f(j\omega) = \frac{U_2(\omega)}{I_1} e^{j(f_2(\omega) - f_1)}$$

Transadmittance



$$\underline{Y}_f(j\omega) = \frac{I_2(\omega)}{U_1} e^{j(f_2(\omega) - f_1)}$$

Transformation d'un circuit dans le plan complexe

Les éléments passifs (R, C, L) dans le plan complexe assument le comportements des résistances (le rapport entre tension et courant ne dépend pas du temps). Ce rapport est indiqué par le symbole Z et qui s'appelle IMPEDANCE.

Tous les éléments (R, C, L) dans le plan complexe sont donc caractérisés par ce même symbole Z .

Loi d'Ohm généralisée

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

L'impédance Z dépend de la fréquence du signal sinusoïdale f :

$$Z(j 2 \pi f) = Z(j\omega)$$

Expression de l'impédance pour C et L

Dérivée de $\underline{V}$ $\frac{d\underline{V}}{dt} = \frac{d(V_0 e^{j(\omega t + f_0)})}{dt} = j\omega V_0 e^{j(\omega t + f_0)} = j\omega \underline{V}$

Dérivée de $\underline{I}$ $\frac{d\underline{I}}{dt} = \frac{d(I_0 e^{j(\omega t + f_0)})}{dt} = j\omega I_0 e^{j(\omega t + f_0)} = j\omega \underline{I}$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt \quad \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{1}{j\omega C}$$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt \quad \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = j\omega L$$

Loi d'Ohm généralisée

$$\underline{U} = \underline{I} \underline{Z} \text{ ou } \underline{I} = \underline{U} / \underline{Z}$$

$$Z_R = R$$

RESISTANCE

$$Z_C = -j/\omega C = 1/j\omega C$$

CONDENSATEUR

$$Z_L = j\omega L$$

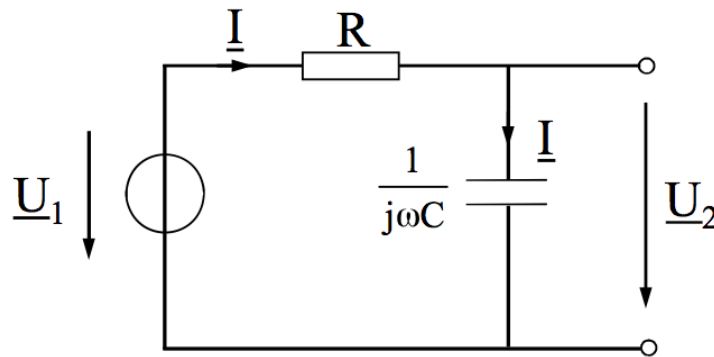
INDUCTANCE

Connexions

- Série : $Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$
- Parallèle: $1/Z_{eq} = 1/Z_1 + 1/Z_2 + \dots + 1/Z_n$

On peut analyser des circuits soumis à une excitation sinusoïdale avec les même méthodes utilisées pour une excitation DC

Exemple d'une fonction de transfert en tension



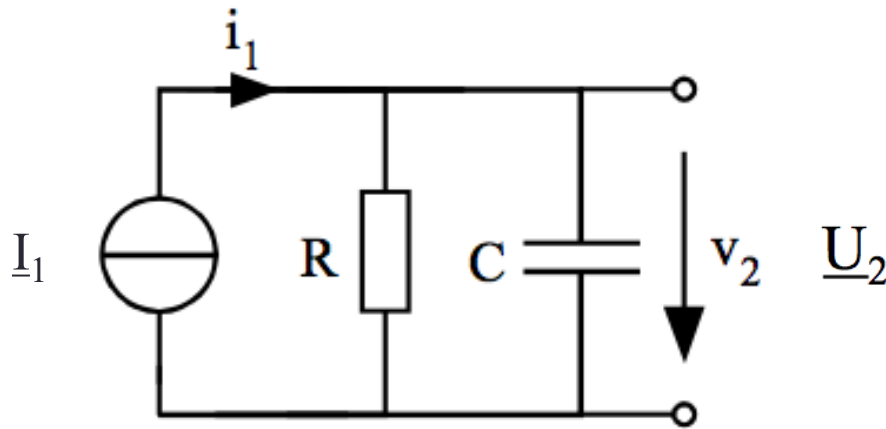
La fonction de transfert peut être calculée facilement en utilisant les formes complexes des lois des éléments et des signaux.

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

ou,

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{H} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} \\ \omega_0 = \frac{1}{RC} \end{array} \right.$$

Exemple d'une transimpédance



La fonction de transfert peut être calculée facilement en utilisant les formes complexes des lois des éléments et des signaux.

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$\text{ou, } \left\{ \begin{array}{l} \underline{H} = \frac{R}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \\ \omega_0 = \frac{1}{RC} \end{array} \right.$$

Analyse fréquentielle : résumé

$$v_1(t) = V_1 \times \cos(\omega t + f_1) \quad \text{Entrée}$$

$$v_2(t) = V_2 \times \cos(\omega t + f_2) \quad \text{Sortie}$$

$$H(j\omega) = \frac{V_2}{V_1}$$

Décrit comment le circuit transforme l'entrée en la sortie

L'expression de la sortie peut être exprimée comme suit:

$$v_2(t) = \underbrace{V_1 |H(j\omega)|}_{V_2} \times \cos(\omega t + \underbrace{f_1 + \text{Arg}(H(j\omega))}_{f_2})$$

Cette procédure est valable aussi bien pour le courant que pour la tension

Représenter la réponse d'un circuit
(diagrammes de Bode)

Diagrammes de Bode

Les diagrammes de Bode représentent la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ grâce **à deux représentations graphiques.**

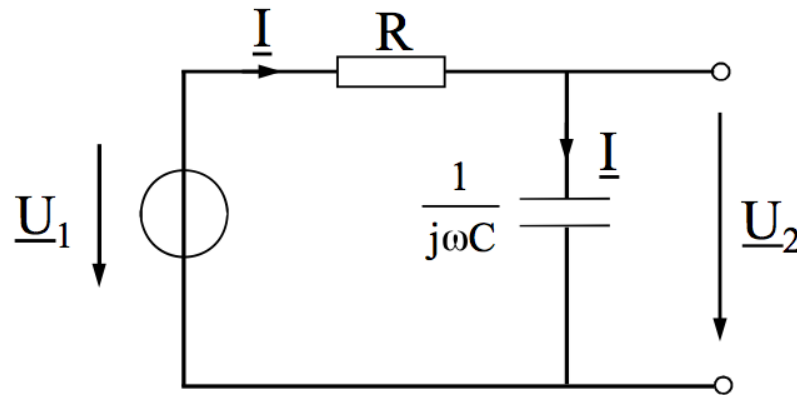
- Chaque diagramme affiche sur l'axe x le $\text{Log}_{10}(\omega)$
- Le premier diagramme reporte sur l'axe y le module de la fonction de transfert:
 $|\underline{H}(j\omega)|$ et en particulier: $20 \times \text{Log}_{10} |\underline{H}(j\omega)|$ (en decibel, dB)
- Le deuxième diagramme représente la phase de la fonction de transfert:

$$\text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \text{Arctg} \frac{\text{Im}\{\underline{H}(j\omega)\}}{\text{Re}\{\underline{H}(j\omega)\}} = \frac{p}{2} - \frac{z}{2}$$

Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode.

Circuit RC passe-bas

Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode



$$\underline{\underline{H}} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\text{Arctg}(\omega RC)$$

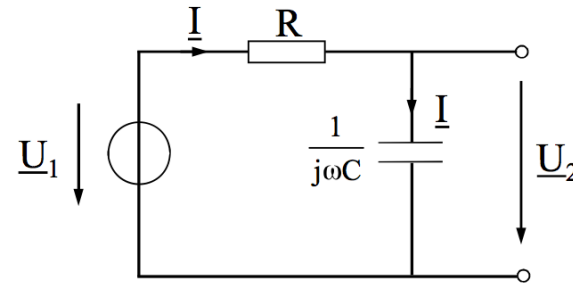
$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{H}} = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}} \\ \omega_0 = \frac{1}{RC} \end{array} \right.$$

Représentation de $|H(j\omega)|$

- Axe x: ω en échelle logarithmique $\text{Log}_{10}(\omega)$
- Axe y: $20 \text{ Log}_{10}|H(j\omega)|$,
ou en d'autres mots, $|H(j\omega)|$ représentée en décibel (dB)
- Pour tracer le diagramme,
 - Déterminer la valeur de $20 \text{ Log}|H(j\omega)|$ pour les asymptotes: ($\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$)
 - Déterminer au moins la valeur d'un point du diagramme (par exemple: pour $\omega = \omega_0$).

Représentation de diagrammes de Bode du circuit RC

$$|\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$



$\omega \rightarrow 0$ sur l'axe x est: $\text{Log}(\omega \rightarrow 0) \rightarrow -\infty$.

$\omega \rightarrow 0$, $|\underline{H}(j\omega)| = 1$, qui vaut 0 sur l'axe y: $20 \text{ Log} 1 = 0$

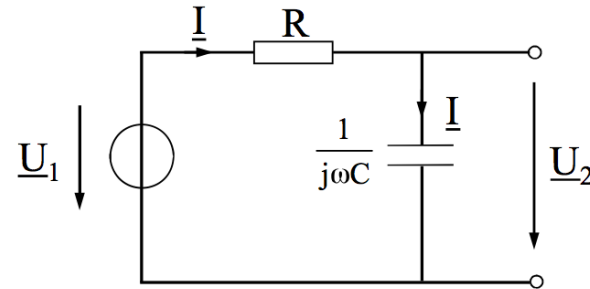
$\omega \rightarrow \infty$ sur l'axe x est: $(\text{Log}(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$.

$\omega \rightarrow \infty$, $|\underline{H}(j\omega)| \rightarrow 0$,

Qui tend à $-\infty$ sur l'axe y: $(20 \text{ Log}(|\underline{H}(j\omega)| \rightarrow 0)) \rightarrow -\infty$

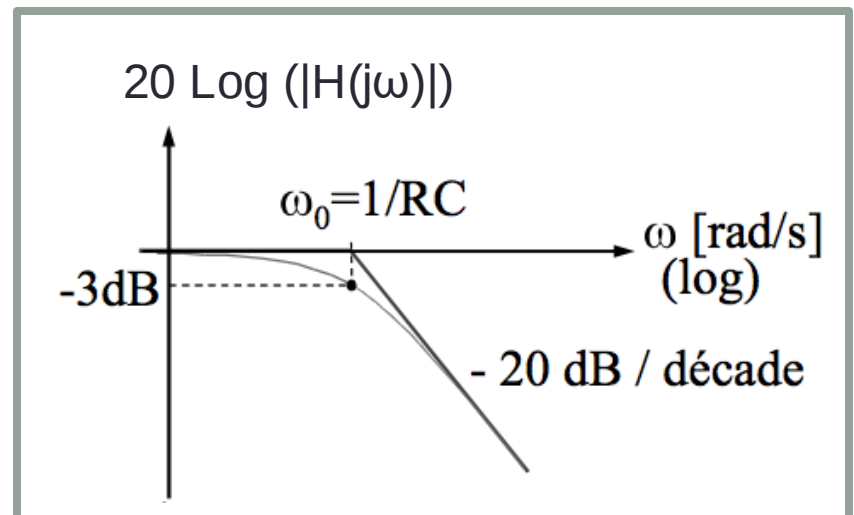
Exemple de représentation de diagrammes de Bode

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

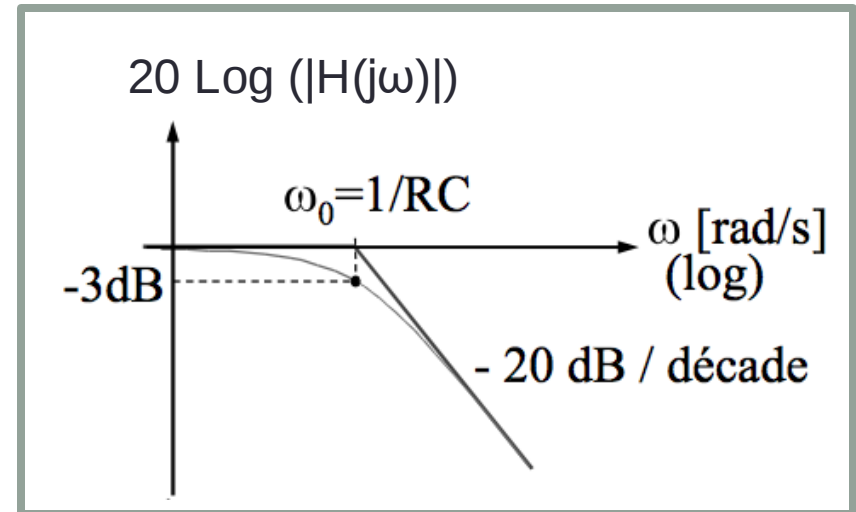
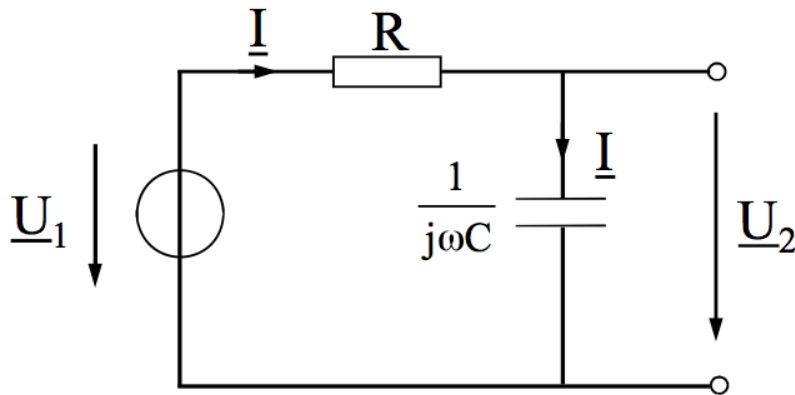


$\omega = 1/RC$, $|H(j\omega)| \rightarrow 1/\sqrt{2} = 0.707$,
Donc, $20\text{Log}(|H(j\omega)|) = 20\text{Log}(0.707) = -3$

Filtre passe bas



Pourquoi ce circuit est appelé un filtre passe-bas?



... Car sa sortie (U_2) représente une fraction atténuée de U_1 lorsque U_1 a une fréquence plus haute que ω_0 , alors que lorsque la fréquence de U_1 est plus basse que ω_0 , l'amplitude du signal de sortie est presque identique à celle du signal d'entrée.

Exemple d'application numérique

EXEMPLE:

Si $R = 10 \, \Omega$ et $C = 10 \, \text{pF}$, ω_0 est par définition égal à $1/RC = 10^{10} \text{ rad/sec}$ correspondant à une fréquence de $f_0 = \omega_0/2\pi = 3 \times 10^9 \text{ Hz}$.

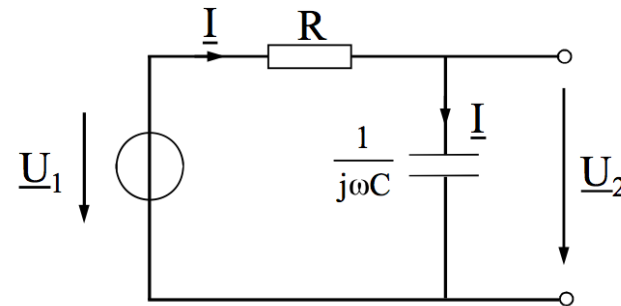
- Pour des fréquences bien plus petites que f_0 , comme $f = 3 \times 10^2 \text{ Hz}$, alors $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{1 + \omega^2/\omega_0^2} = 1/\sqrt{1 + 10^6/10^{20}} \approx 1 \rightarrow U_2 = |H(j\omega)| \cdot U_1 = 1 \cdot U_1$, ce qui veut dire que l'amplitude du signal de sortie est identique à celle du signal d'entrée (pas d'atténuation).
- Pour des fréquences bien plus grandes que f_0 , comme $f = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$, $|H(j\omega)| = 1/\sqrt{1 + \omega^2/\omega_0^2} = 1/\sqrt{1 + 10^{32}/10^{20}} \approx 10^{-6} \rightarrow U_2 = |H(j\omega)| \cdot U_1 = 10^{-6} \cdot U_1$, ce qui veut dire que l'amplitude du signal d'entrée est grandement atténuée par la fonction de transfert. Cela engendre un signal de sortie d'amplitude mille fois plus petite que le signal d'entrée (dans ce cas).

Représentation de $\text{Arg}(H(j\omega))$

- Axe x: ω en échelle logarithmique ($\text{Log}\omega$)
- Axe y: $\text{Arg}(H(j\omega))$ en radians ou degrés, sur une échelle linéaire.
- Pour tracer le diagramme,
 - Déterminer la valeur de $\text{Arg}(H(j\omega))$ pour les asymptotes ($\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$)
 - Déterminer au moins une autre valeur du diagramme (eg: for $\omega = \omega_0$).

Exemple de représentation du diagramme de Bode en phase

$$\text{Arg}(H(j\omega)) = -\text{Arctg}(\omega RC)$$



$\omega \rightarrow 0$ sur l'axe x est: $(\text{Log}(\omega \rightarrow 0) \rightarrow -\infty)$.

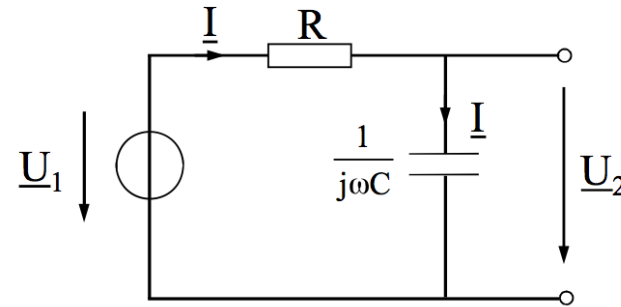
$\omega \rightarrow 0$, $\text{Arg}(H(j\omega)) = 0^\circ$

$\omega \rightarrow \infty$ sur l'axe x est: $(\text{Log}(\omega \rightarrow \infty) \rightarrow \infty)$.

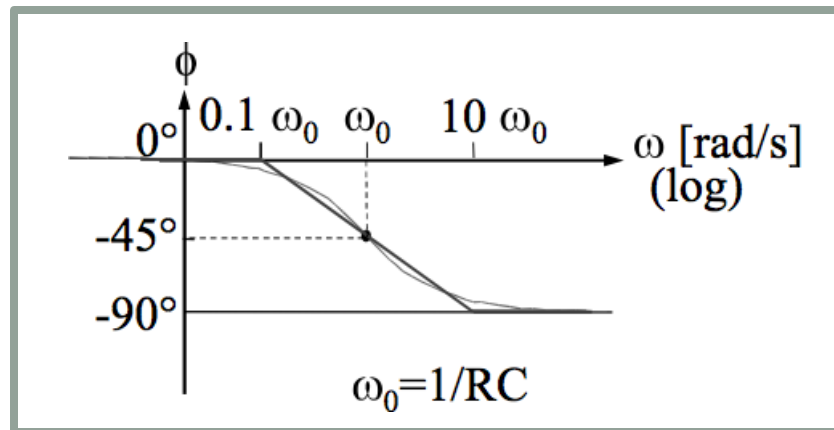
For $\omega \rightarrow \infty$, $\text{Arg}(H(j\omega)) \rightarrow -\pi/2$ or -90° ,

Exemple de représentation du diagramme de Bode en phase

$$\text{Arg}(H(j\omega)) = -\text{Arctg}(\omega RC)$$



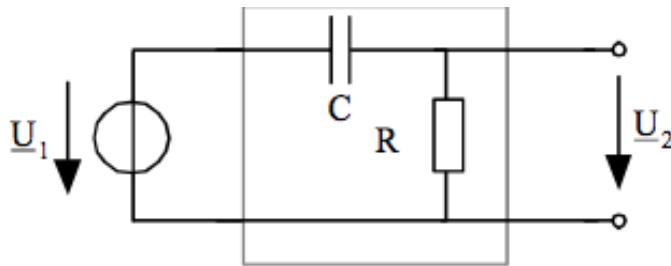
$\omega = 1/RC$, , $\text{Arg}(H(j\omega)) = -\text{Arctg}(1) = -\pi/4$ ou -45°



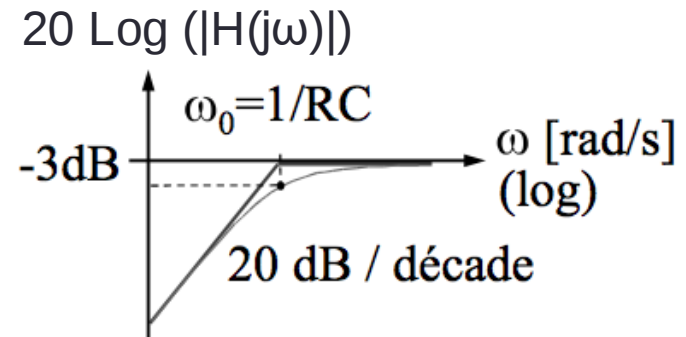
Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour tracer les diagrammes de Bode.

Circuit RC passe-haut

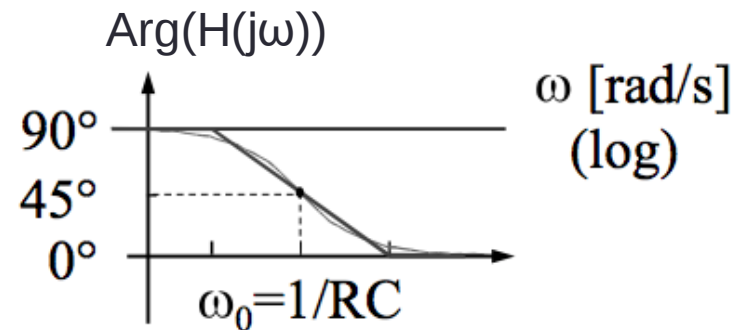
Exemple de calcul du module et de la phase de la fonction de transfert pour représenter les diagrammes de Bode



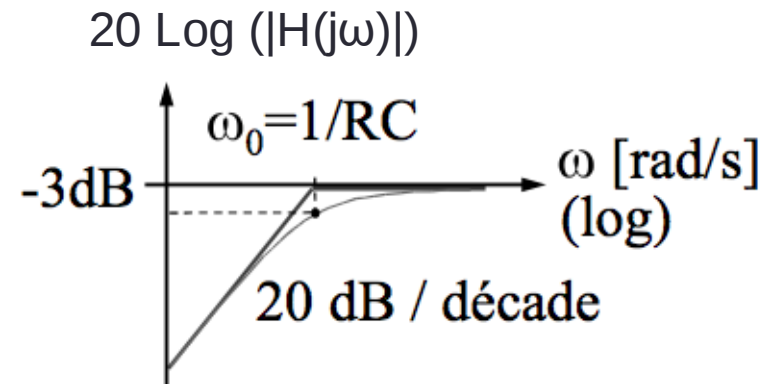
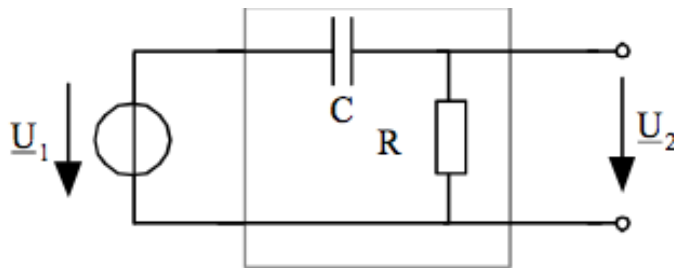
Filtre passe haut



$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$



Pourquoi appelle-t-on ce circuit un filtre passe-haut?



...Car lorsque la fréquence de $\underline{U}_1$ est basse, le signal de sortie correspond à une version atténuée du signal d'entrée, alors que lorsque la fréquence de $\underline{U}_1$ est haute, l'amplitude du signal de sortie est presque identique à celle du signal d'entrée.

Expression générale d'une fonction de transfert

Expression générale d'une fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{z0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}})}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}})}$$

où

K est constante

ω_{zi} sont les zéros de la fonction de transfert

ω_{pi} sont les pôles de la fonction de transfert

Fonction de transfert comme un produit de fonctions élémentaires

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{z0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}})}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}})}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_2(j\omega)$$

Si $|H(j\omega)|$ est représentée en échelle logarithmique, le produit devient:

$$|\underline{H}(j\omega)| \text{ dB} = |\underline{H}_1(j\omega)| \text{ dB} + |\underline{H}_2(j\omega)| \text{ dB}$$

Cette forme permet une représentation facile sur le diagramme de Bode

Fonction de transfert comme un produit de fonctions élémentaires

$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{z0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}})}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}})}$$



$$|\underline{H}(j\omega)|_{dB} = |K|_{dB} +$$

$$\left| j\frac{\omega}{\omega_{z0}} \right|_{dB} + \left| 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}} \right|_{dB} + \left| 1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}} \right|_{dB} + \dots + \left| 1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}} \right|_{dB} +$$

$$\left| \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}}} \right|_{dB} + \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}} \right|_{dB} + \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}} \right|_{dB} + \dots + \left| \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}} \right|_{dB}$$

Exemples de valeurs du module en dB lorsque $H(j\omega)$ ne dépend pas de ω

$$|H(j\omega)| = 1$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 0 \text{ dB}$$

$$|H(j\omega)| = 10$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 20 \text{ dB}$$

$$|H(j\omega)| = 100$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 40 \text{ dB}$$

$$|H(j\omega)| = 1000$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = 60 \text{ dB}$$

$$|H(j\omega)| = 0.1$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = -20 \text{ dB}$$

$$|H(j\omega)| = 0.01$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = -40 \text{ dB}$$

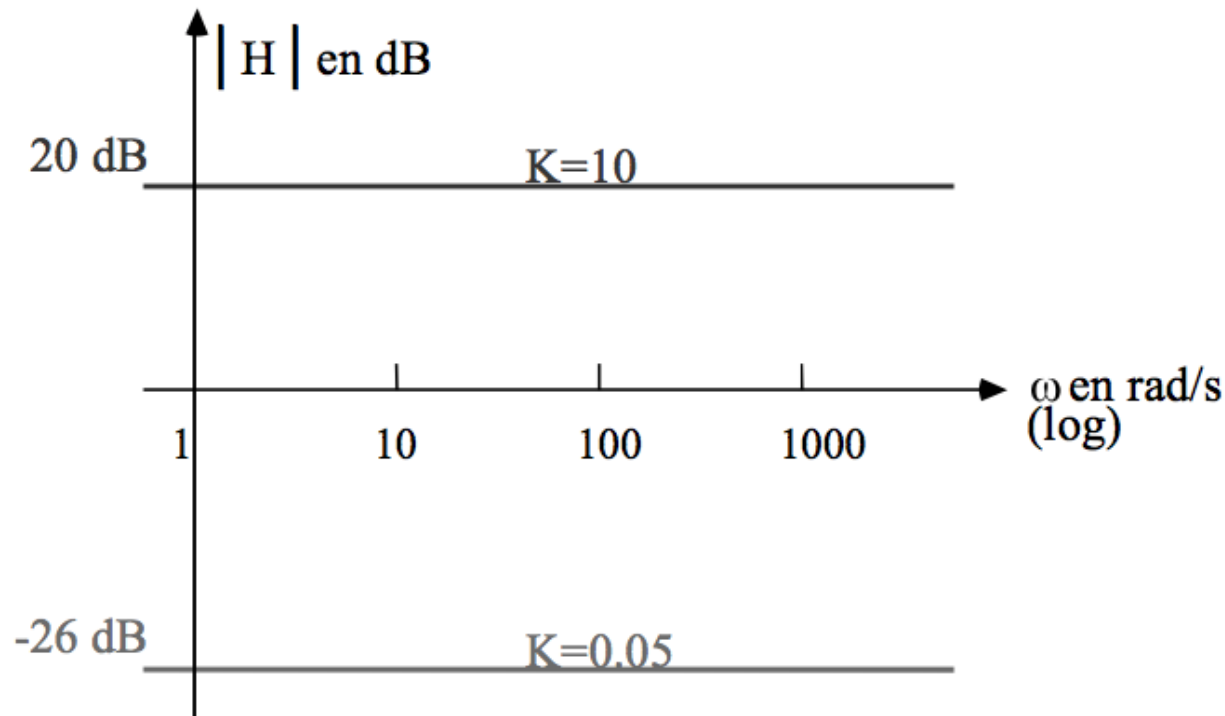
$$|H(j\omega)| = 0.001$$

$$|H(j\omega)|_{\text{dB}} = -60 \text{ dB}$$

Exemples de valeurs du module en dB lorsque $H(j\omega)$ ne dépends pas de ω

Si $|K| > 1$, alors $|K|_{\text{dB}} > 0$

Si $|K| < 1$, alors $|K|_{\text{dB}} < 0$

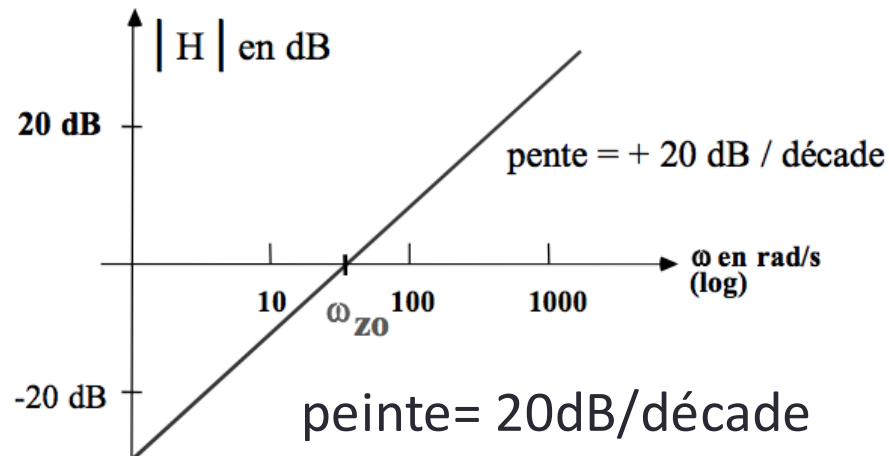


Représentation d'un zéro (module)

$$\underline{H}(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_{zo}}$$

$$\boxed{|\underline{H}(j\omega)|_{dB}} = 20 \operatorname{Log}\left(\frac{\omega}{\omega_{zo}}\right) = 20 \boxed{\operatorname{Log}(\omega)} - 20 \boxed{\operatorname{Log}(\omega_{zo})}$$

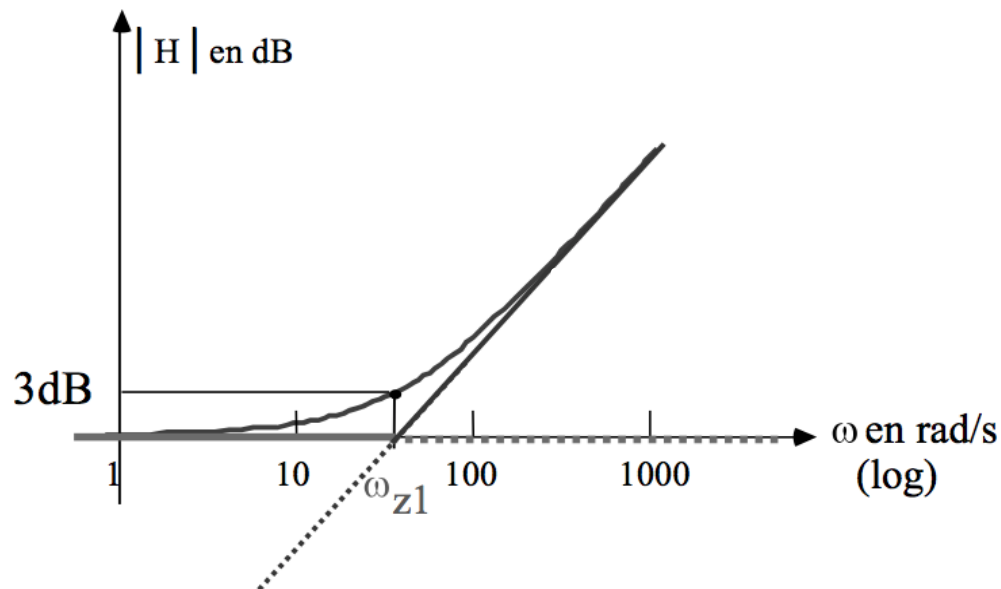
$\downarrow$ $\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow$ $\quad \quad \quad \quad \downarrow$
Y $\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad$ **20** **X** $\quad + \quad$ **C**



Représentation d'un zéro (i=1;k) (module)

$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j \frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

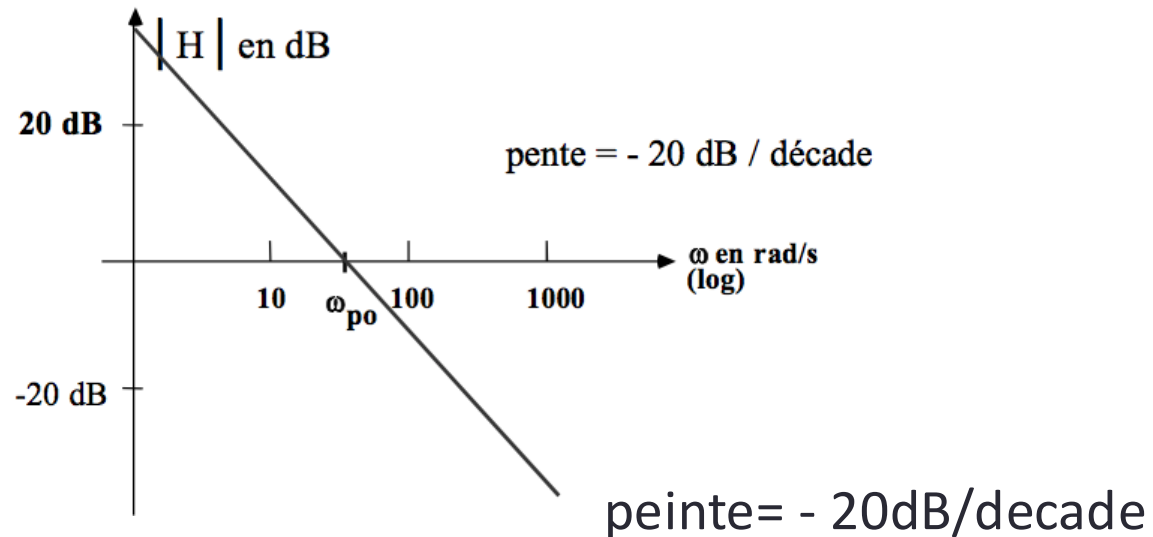
$$|\underline{H}(j\omega)| = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{z1}}\right)^2}$$



Représentation d'un pôle (module)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{po}}}$$

Module $\longrightarrow$ $|\underline{H}(j\omega)| \text{ dB} = - \left| j\frac{\omega}{\omega_{po}} \right| \text{ dB}$

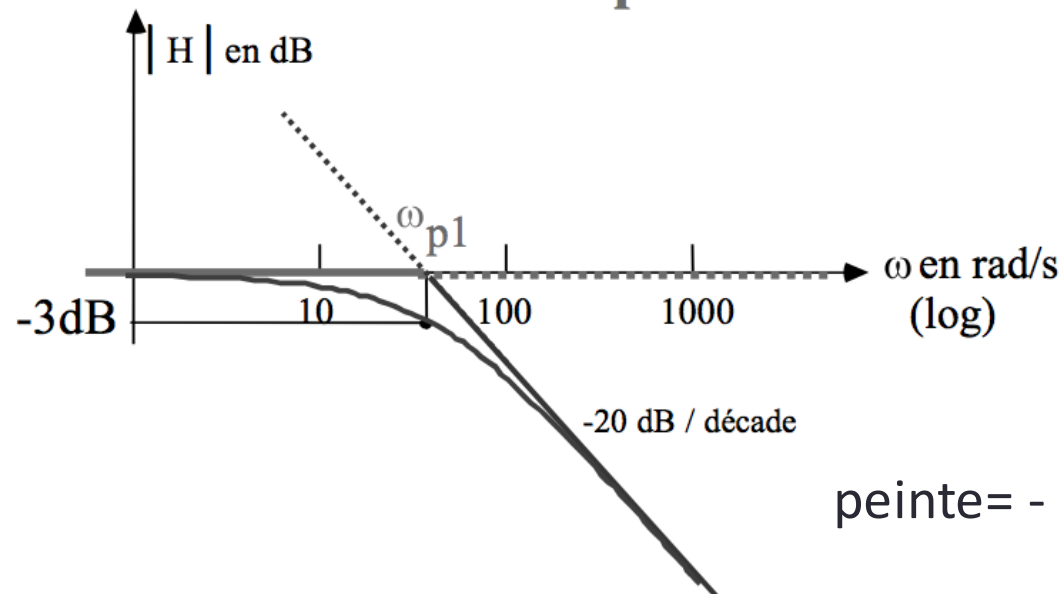


Représentation d'un pôle (i=1;l) (module)

Filtre passe bas

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_{p1}}}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2}}$$



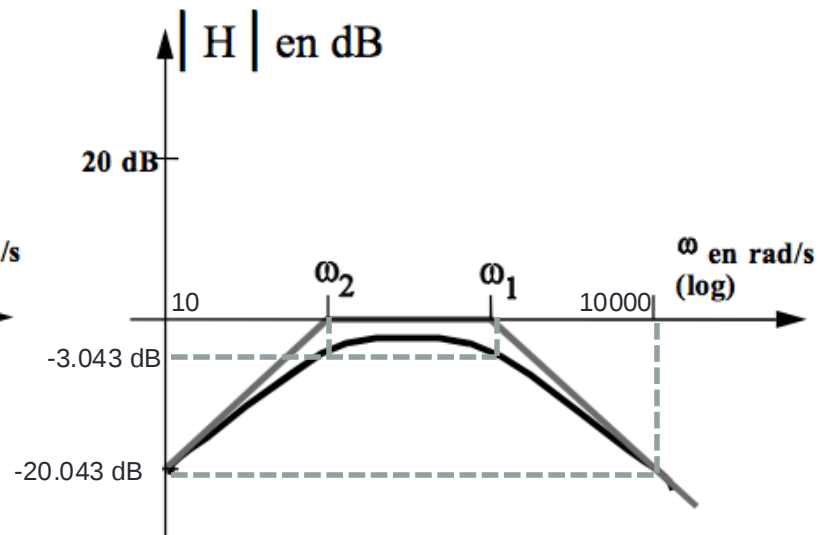
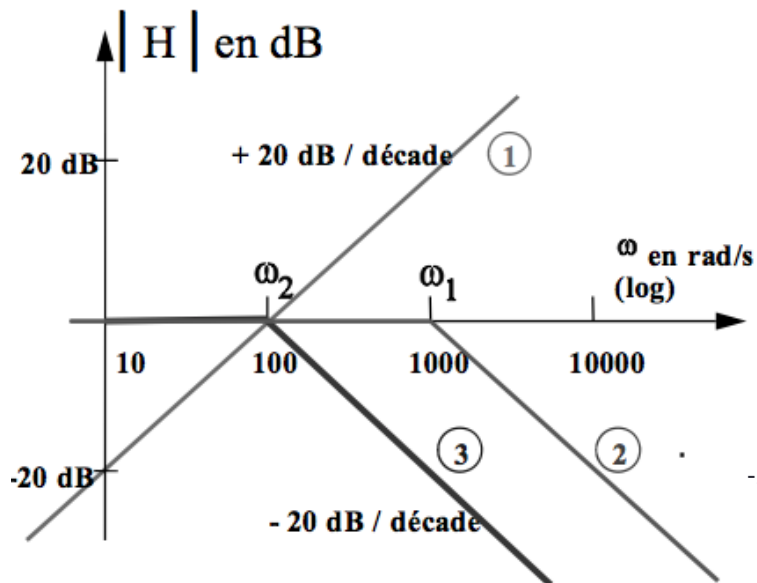
peinte= - 20dB/decade

Exercice

Filtre passe-bande

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\overset{1}{\boxed{j\frac{\omega}{\omega_2}}}}{\underset{2}{\boxed{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})}} \underset{3}{\boxed{(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})}}}$$

$\omega_2 = 100 \text{ rad/s}$
 $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$



Représentation de l'argument de $\underline{H}(j\omega)$

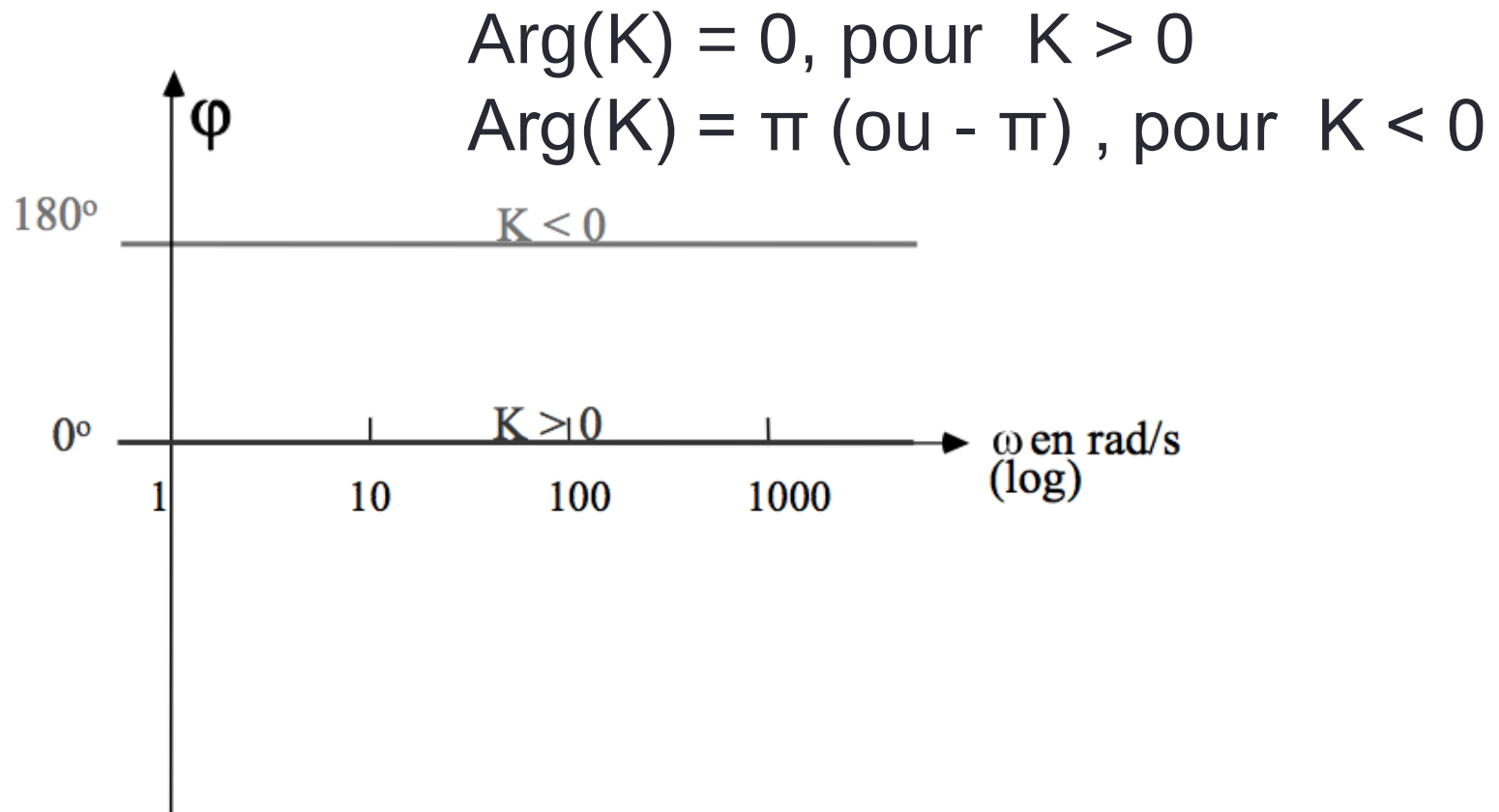
$$\underline{H}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_{z0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}})}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}} (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}) (1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}) \dots (1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}})}$$

$$\text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \text{Arg}(K) +$$

$$\text{Arg}(j\frac{\omega}{\omega_{z0}}) + \text{Arg}(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z1}}) + \text{Arg}(1 + j\frac{\omega}{\omega_{z2}}) + \dots + \text{Arg}(1 + j\frac{\omega}{\omega_{zk}}) +$$

$$\text{Arg}(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_{p0}}}) + \text{Arg}(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}}) + \text{Arg}(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}}) + \dots + \text{Arg}(\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{pl}}})$$

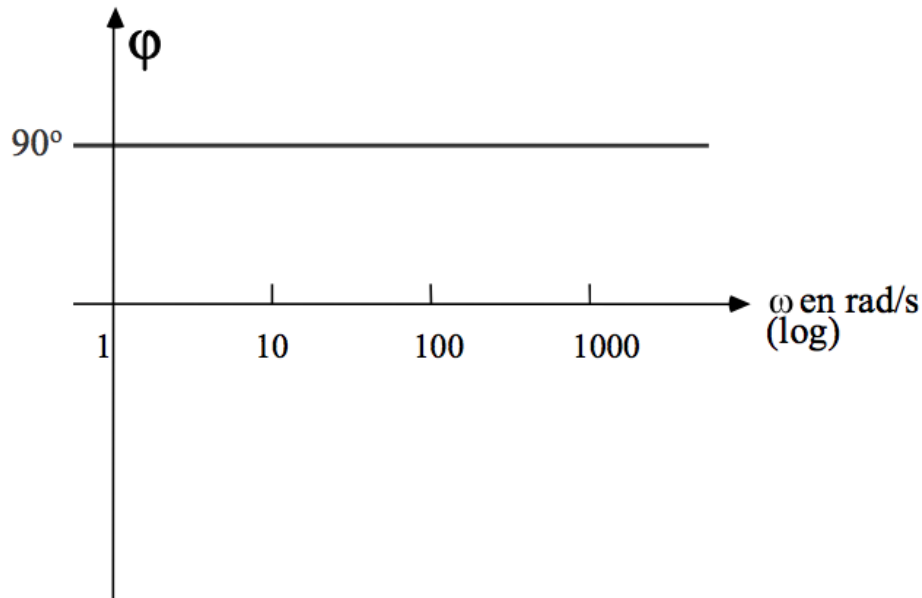
Exemple de représentation de $H(j\omega)$ lorsque l'argument ne dépend pas de ω



Représentation d'un zéro (argument)

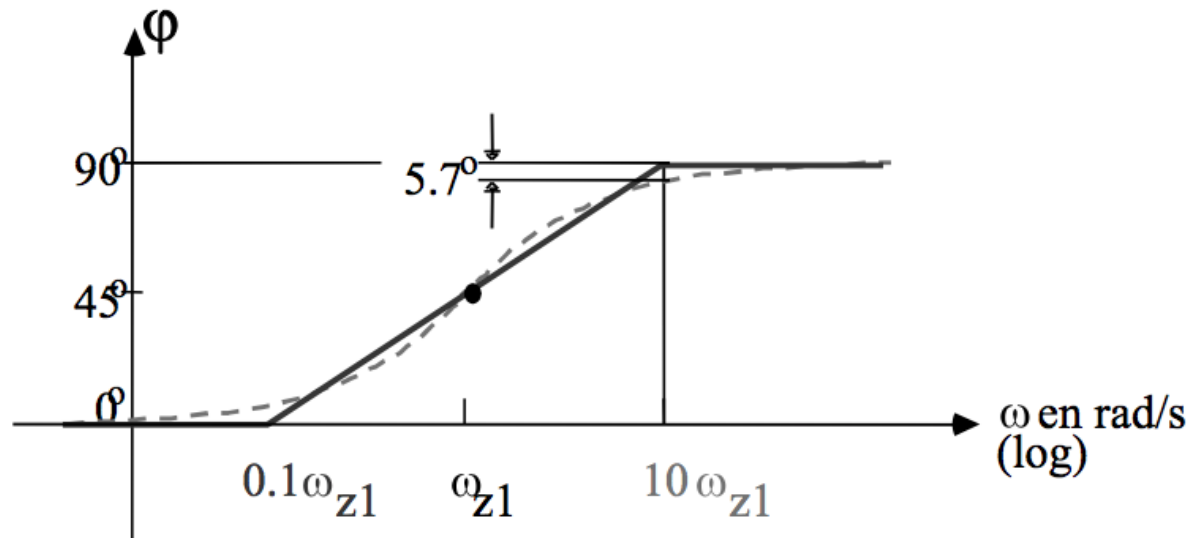
$$\underline{H}(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_{ZO}}$$

$$\text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \pi/2 \text{ ou } 90^\circ$$



Représentation d'un zéro (argument)

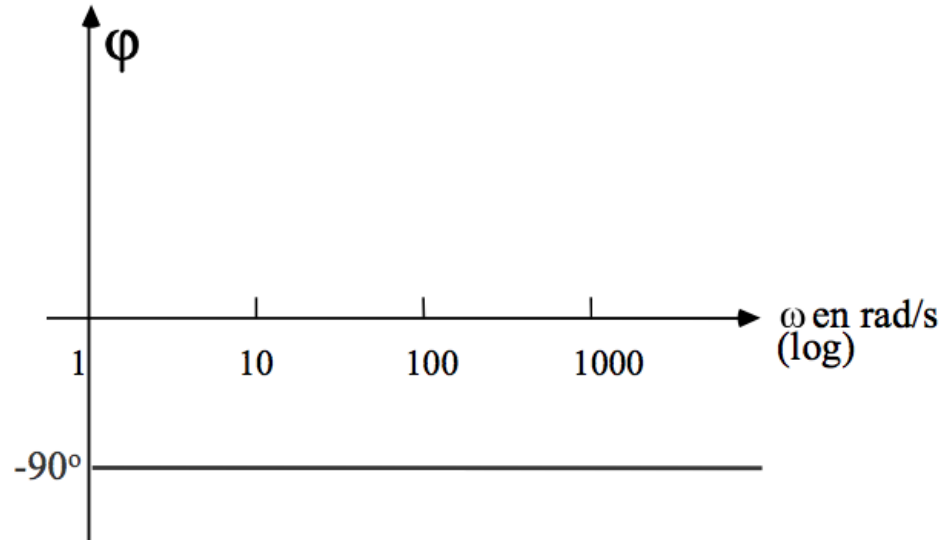
$$\underline{H}(j\omega) = 1 + j \frac{\omega}{\omega_{z1}}$$



Représentation d'un pôle (argument)

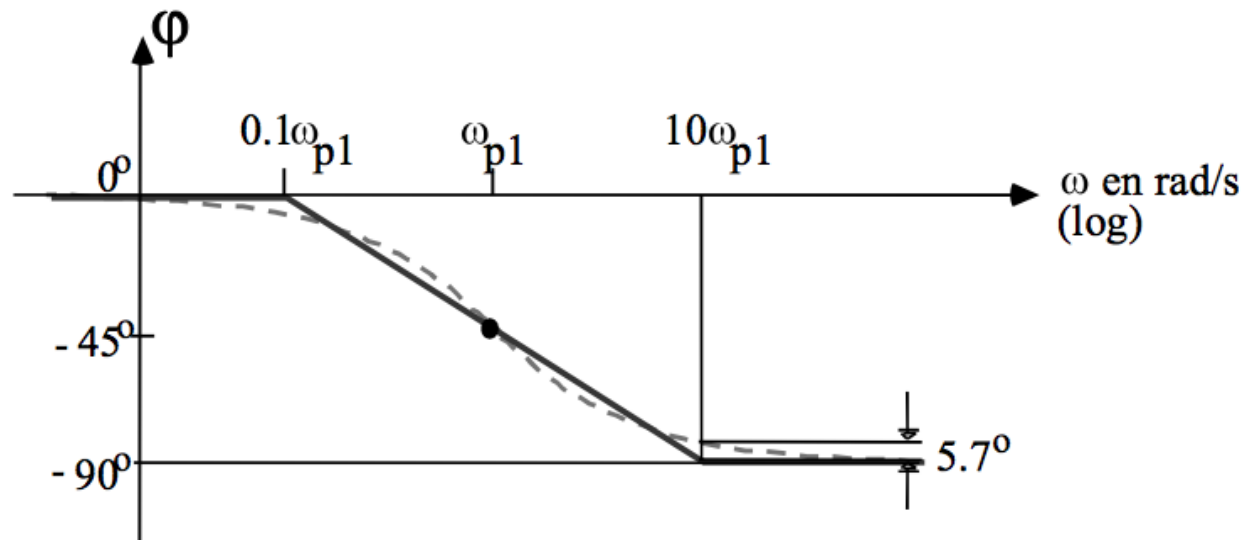
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\omega_{po}}$$

$$\text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\pi/2 \text{ ou } -90^\circ$$



Représentation d'un pôle (argument)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}}$$



Exercice

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\boxed{j\frac{\omega}{\omega_2}}}{\boxed{(1 + j\frac{\omega}{\omega_1})} \boxed{(1 + j\frac{\omega}{\omega_2})}}$$

$\omega_2 = 100 \text{ rad/s}$
 $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$

